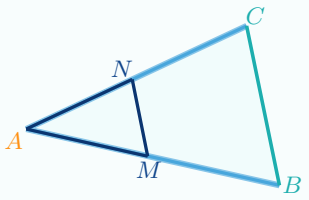
Thalès : tester un parallélisme

Réciproque ou contraposée ?

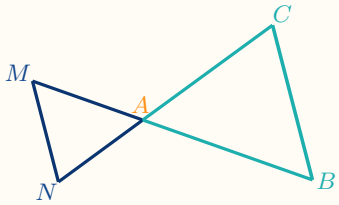
Comprendre avant de rédiger

Cas emboîté



$A - M - B$ et $A - N - C$

Cas papillon



$M - A - B$ et $N - A - C$

1 Je vérifie le contexte

Les points A, M, B sont alignés. Les points A, N, C sont alignés. A est le sommet commun. Les droites à tester sont (MN) et (BC).

2 Je construis les deux rapports à comparer

Sur chaque droite, je pars de A et je garde **le même ordre** :
longueur jusqu'au premier point, puis longueur jusqu'au second point.

$$\frac{AM}{AB} \quad \text{et} \quad \frac{AN}{AC}$$

Je ne dis pas encore que les rapports sont égaux : je vais d'abord les calculer.

3 Je calcule les deux rapports, puis je les compare

Je calcule séparément

$\frac{AM}{AB} = \ldots$ et $\frac{AN}{AC} = \ldots$

Je n'écris pas de signe $=$ entre les deux fractions avant de les avoir comparées.

Pour comparer

Je peux simplifier, calculer les quotients ou utiliser **l'égalité des produits en croix**.

À la fin seulement : rapports égaux ou rapports différents ?

4 J'observe le résultat, puis j'applique le bon critère

Les rapports sont différents

$\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$

Si les droites étaient parallèles, les rapports seraient égaux. Ils sont différents : **les droites ne sont pas parallèles**.

Critère de non-parallélisme.

Les rapports sont égaux

$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

Je vérifie alors la disposition : emboîtée des deux côtés, ou papillon des deux côtés.

Si elle correspond, **les droites sont parallèles**.

Critère de parallélisme issu du théorème de Thalès.

5 Deux rédactions qui expliquent le raisonnement

Pour conclure « non parallèles »

On calcule $\frac{AM}{AB} = \cdots$ et $\frac{AN}{AC} = \cdots$.

Ces deux rapports sont différents. Or, si les droites (MN) et (BC) étaient parallèles, le théorème de Thalès donnerait des rapports égaux.

Donc les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.

Pour conclure « parallèles »

On calcule $\frac{AM}{AB} = \cdots$ et $\frac{AN}{AC} = \cdots$: ces rapports sont égaux.

Les points A, M, B et A, N, C sont alors vérifiés dans une disposition correspondante.

D'après le critère de parallélisme issu du théorème de Thalès, les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

CC BY-NC-SA 4.0

Fiche-guide : tester un parallélisme

J'adapte les lettres à la figure de mon exercice

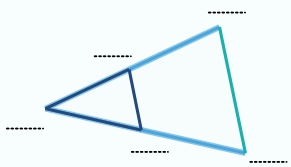
Mes repères

1. **Je vérifie le contexte.**
   Sommet commun, deux alignements, droites à tester.
2. **Je choisis les rapports.**
   Un rapport sur chaque droite support, avec le même modèle.
3. **Je calcule et je compare.**
   Je calcule séparément : je ne suppose pas que c'est proportionnel.
4. **J'observe le résultat.**
   Différents : non-parallélisme.
   Égaux : disposition puis parallélisme.
5. **Je rédige ma conclusion.**
   J'emploie le critère adapté et je réponds à la question.

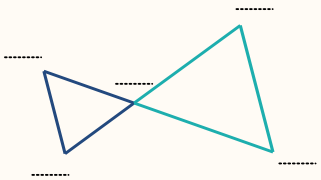
Sur chaque droite : longueur du sommet jusqu'au premier point / longueur du sommet jusqu'au second point.

J'entoure le cas et je place les lettres de l'exercice.

☐ cas emboîté



☐ cas papillon



Je vérifie le contexte

Le sommet commun est : ..... Les droites à tester sont : (.....) et (.....)

Les points ....., ..., ... sont alignés.

Les points ....., ..., ... sont alignés.

Je choisis les deux rapports

$$\frac{\cdots}{\cdots} = \frac{\cdots}{\cdots} = \cdots$$

$$\frac{\cdots}{\cdots} = \frac{\cdots}{\cdots} = \cdots$$

Je les calcule et je les compare

Pour comparer : je simplifie, je calcule les quotients, ou j'utilise l'égalité des produits en croix.

J'observe le résultat

☐ Les rapports sont différents

$$\frac{\cdots}{\cdots} \neq \frac{\cdots}{\cdots}$$

Critère de non-parallélisme

Si les droites étaient parallèles, le théorème de Thalès donnerait des rapports égaux. Ils sont différents :

les droites ne sont pas parallèles.

☐ Les rapports sont égaux

$$\frac{\cdots}{\cdots} = \frac{\cdots}{\cdots}$$

Je vérifie la disposition :

..... - ..... - .....

..... - ..... - .....

Critère de parallélisme issu du théorème de Thalès

les droites sont parallèles.

Je rédige ma conclusion

Donc les droites (.....) et (.....) sont .....

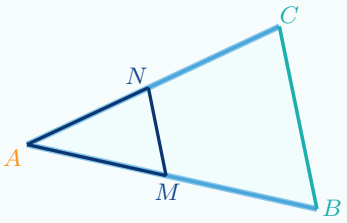
J'ai appliqué le critère de : ☐ parallélisme ☐ non-parallélisme

CC BY-NC-SA 4.0

Deux exemples entièrement rédigés

Un cas emboîté et un cas papillon

Exemple 1 — je peux conclure « parallèles »



$AM = 4$ cm $\quad AB = 10$ cm
$AN = 6$ cm $\quad AC = 15$ cm

1. Je vérifie le contexte.
Les points A, M, B sont alignés. Les points A, N, C sont alignés. Le sommet commun est A.

2. Je calcule et je compare.

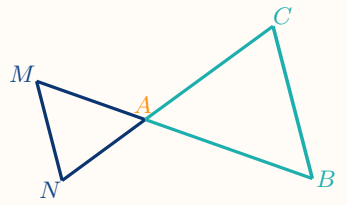
$$\frac{AM}{AB} = \frac{4}{10} \quad \text{et} \quad \frac{AN}{AC} = \frac{6}{15}$$

Avec les produits en croix : $4 \times 15 = 60$ et $10 \times 6 = 60$. Les rapports sont égaux.

3. Je vérifie alors la disposition.
Les points sont placés de la même façon sur les deux droites : $A - M - B$ et $A - N - C$.

4. Je conclus.
Les rapports sont égaux et la disposition correspond. D'après le critère de parallélisme issu du théorème de Thalès, les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Exemple 2 — je conclus « non parallèles »



$AM = 3$ cm $\quad AB = 5$ cm
$AN = 4$ cm $\quad AC = 7$ cm

1. Je vérifie le contexte.
Les points M, A, B sont alignés. Les points N, A, C sont alignés. Le sommet commun est A.

2. Je calcule et je compare.

$$\frac{AM}{AB} = \frac{3}{5} \quad \text{et} \quad \frac{AN}{AC} = \frac{4}{7}$$

Avec les produits en croix : $3 \times 7 = 21$ et $5 \times 4 = 20$. Les rapports sont différents.

3. Je conclus.
Si les droites (MN) et (BC) étaient parallèles, le théorème de Thalès donnerait des rapports égaux. Ils sont différents : les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.

CC BY-NC-SA 4.0