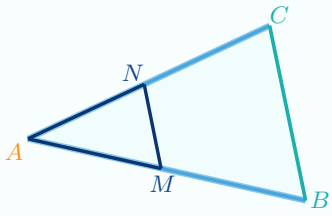
Thalès : démontrer que des droites sont parallèles ou non

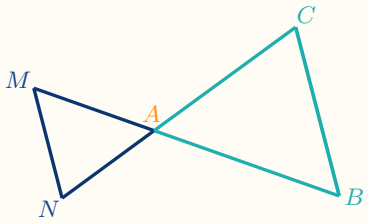
Réciproque ou contraposée ?

Cas emboîté



$A - M - B$ et $A - N - C$

Cas papillon



$M - A - B$ et $N - A - C$

1 Je vérifie le contexte

Les points A, M, B sont alignés. Les points A, N, C sont alignés. A est le sommet commun.
Les droites dont on veut savoir si elles sont parallèles sont (MN) **et** (BC). Je ne devine pas sur le dessin : je dois le démontrer.

2 Je choisis les bons rapports

Sur la droite A, M, B $\dfrac{AM}{AB}$ **Sur la droite A, N, C** $\dfrac{AN}{AC}$

Même modèle : longueur de A jusqu'à la droite (MN) / longueur de A jusqu'à la droite (BC).

3 Je calcule les deux rapports

Premier rapport

$$\frac{AM}{AB} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \dots\dots$$

Deuxième rapport

$$\frac{AN}{AC} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \dots\dots$$

Pour comparer : je simplifie, je calcule les quotients, ou j'utilise l'égalité des produits en croix. Ce n'est pas un tableau de proportionnalité déjà donné : c'est un test.

4 Je compare et je décide

☐ **Les rapports sont différents**

$$\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$$

D'après la contraposée du théorème de Thalès, les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.

☐ **Les rapports sont égaux**

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$$

Avant d'utiliser la réciproque, je vérifie la disposition :
$A - M - B$ et $A - N - C$ ou $M - A - B$ et $N - A - C$
D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

5 Je conclus

Donc les droites (MN) et (BC) sont ..... **.**

☐ **réciproque** ☐ **contraposée**

CC BY-NC-SA 4.0

Fiche-guide : réciproque ou contraposée ?

J'adapte les lettres à la figure de mon exercice

Mes repères

1 Je repère.

Sommet commun, alignements, droites à tester.

2 Je choisis les rapports.

Un rapport sur chaque droite support. Même modèle.

3 Je calcule.

Je ne suppose pas que c'est proportionnel. Je teste.

4 Je compare.

Différents : contraposée. Egaux : je vérifie la disposition.

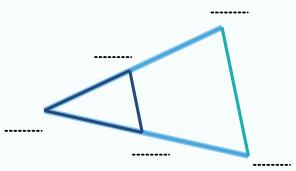
5 Je conclus.

Réciproque : parallèle. Contraposée : non parallèle.

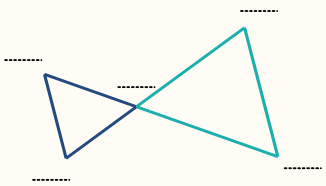
Les droites à tester sont celles dont on cherche le parallélisme, par exemple (MN) et (BC).

J'entoure le cas de l'exercice et je place les lettres sur la figure.

☐ cas emboîté



☐ cas papillon



Le sommet commun est : ..... Les droites à tester sont : (.....) et (.....)
Les points ....., ..., ... sont alignés.
Les points ....., ..., ... sont alignés.

Je choisis puis je calcule les deux rapports

$$\frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \text{.....}$$

$$\frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \text{.....}$$

Pour comparer : je simplifie, je calcule les quotients, ou j'utilise l'égalité des produits en croix.

☐ Les rapports sont différents

$$\frac{\text{.....}}{\text{.....}} \neq \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$$

D'après la contraposée du théorème de Thalès, les droites ne sont pas parallèles.

☐ Les rapports sont égaux

$$\frac{\text{.....}}{\text{.....}} = \frac{\text{.....}}{\text{.....}}$$

Je vérifie la disposition :

..... - ..... - .....
..... - ..... - .....

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites sont parallèles.

Donc les droites (.....) et (.....) sont .....

Ma réponse est-elle justifiée par le bon mot ? ☐ **réciproque** ☐ **contraposée**

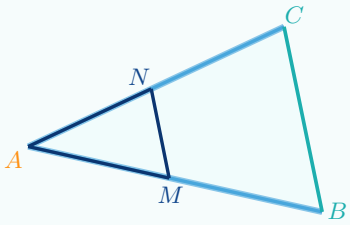
CC BY-NC-SA 4.0

Deux exemples entièrement rédigés

Un cas emboîté et un cas papillon

Même démarche dans les deux configurations : je calcule deux rapports, je les compare, puis j'emploie le bon raisonnement.

Exemple 1 — cas emboîté : les droites sont parallèles



$AM = 4$ cm $\quad AB = 10$ cm
$AN = 6$ cm $\quad AC = 15$ cm

1. Je vérifie le contexte.

Les points A, M, B sont alignés. Les points A, N, C sont alignés. Les points sont placés dans le même ordre : $A - M - B$ et $A - N - C$.

2. Je calcule les deux rapports.

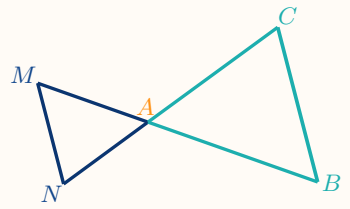
$$\frac{AM}{AB} = \frac{4}{10} \quad \text{et} \quad \frac{AN}{AC} = \frac{6}{15}$$

J'utilise l'égalité des produits en croix : $4 \times 15 = 60$ et $10 \times 6 = 60$. Les deux rapports sont donc égaux.

3. Je conclus.

D'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Exemple 2 — cas papillon : les droites ne sont pas parallèles



$AM = 3$ cm $\quad AB = 5$ cm
$AN = 4$ cm $\quad AC = 7$ cm

1. Je vérifie le contexte.

Les points M, A, B sont alignés. Les points N, A, C sont alignés. Le sommet commun est A.

2. Je calcule les deux rapports.

$$\frac{AM}{AB} = \frac{3}{5} \quad \text{et} \quad \frac{AN}{AC} = \frac{4}{7}$$

J'utilise les produits en croix : $3 \times 7 = 21$ et $5 \times 4 = 20$. Les deux rapports sont donc différents.

3. Je conclus.

D'après la contraposée du théorème de Thalès, les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.

CC BY-NC-SA 4.0